

**MATEMÁTICAS II**

**Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos**

Se valorará la corrección y la claridad en el lenguaje (matemático o no matemático) utilizado por el alumno. Penalizan los errores de cálculo. Los errores graves, y especialmente, aquellos que lleven a resultados incoherentes o absurdos, serán penalizados con la aplicación del 50 % sobre la calificación en cuestión. Se valorarán todas las partes que sean correctas, aunque el resultado final no lo sea.

Contesta de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene de dividir el total entre 4.

**OPCIÓN A**

1º) ¿Qué es la inversa de una matriz cuadrada? Calcula, si es posible, la inversa de la

matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

2º) Se consideran las rectas  $r \equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{3} = z-2$  y  $s \equiv \frac{x+1}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{-3}$ .

a ) Demostrar que se cruzan.

b ) Determinar un vector director de la recta perpendicular común a los dos rectas.

3º) Se considera la función  $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$ . Se pide:

a ) Calcular  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .

b ) Demostrar que es creciente en el intervalo  $(-1, 1)$ .

c ) Determinar los extremos relativos.

d ) Hacer un dibujo de la función.

4º) Se considera la función  $A(t) = \int_0^t \frac{1}{1+x} \cdot dx$ ,  $t > 0$ . Haced una interpretación geométrica

(en términos de área) de esta función. Calculad una fórmula más explícita para la función  $A(t)$  y representadla gráficamente.

## OPCIÓN B

1º) Discute el sistema 
$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y - 4z = 1 \\ mx + y + z = 0 \\ x + y + 3z = -1 \end{array} \right\} \text{ y resuélvelo cuando sea compatible.}$$

2º) Se consideran los puntos A(1, -1, 1), B(2, 3, 1) y C(1, 2, 0). Se demanda:

a ) Demostrar que determinan un triángulo.

b ) Determinar los puntos de intersección con los ejes de coordenadas del plano que contiene al triángulo.

3º) Se considera la función  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ . Se pide:

a ) Calcular  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .

b ) Demostrar que no tiene extremos relativos.

c ) Demostrar que tiene un punto de inflexión para  $x = 0$ .

d ) Hacer un dibujo de la función.

4º) Calcular el área del recinto limitado por la curva  $y = \frac{1}{1+x^2}$  y las rectas  $y = 0$ ,  $x = -1$  y  $x = 1$ . Hacer un dibujo aproximado del recinto.

\*\*\*\*\*